

YÜZEYİNE DİK KUVVET ETKİYEN DÖNEN DİSKİN TİTREŞİMLERİ

Mertol Tüfekci¹, Ömer Ekim Genel², Hilal Koç³, Olcay Oldaç⁴, Ekrem Tüfekci⁵

^{1, 2, 3} İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Fakültesi,
Gümüşsuyu, 34437, İstanbul

ABSTRACT

Rotating disks are frequently used applications of engineering problems. They are used in rotating machinery, turbines, grinding wheels, gears, hard disk drives etc. The rotation has a significant impact on the mechanical properties of rotating disks so the effects of rotation must be included into calculations in order to make more accurate predictions on mechanical characteristics of rotating disks. In this study, disks are modelled as thin plates and Galerkin approach is used to analyze forced vibration characteristics of rotating disks that have perpendicular spacefixed force affecting on them. The force creates the excitation. The power spectrum and Campbell diagrams are plotted following the differential equations of motion that are solved by suggested Galerkin shape functions.

ÖZET

Dönen diskler sıkça karşılaşılan mühendislik problemlerindendir. Uygulama alanları olarak dönen makinalar, taşlama makinası, çarklar ve hard disk gibi örnekler verilebilir. Dönmenin mekanik özelliklere etkisi önemlidir bu nedenle bu etkilerin hesaba katılması, sistemin mekanik davranışının doğru analiz edilmesi ve doğru öngörüler yapılması açısından gereklidir. Bu çalışmada, disk, ince plak olarak modellenmiştir ve zorlanmış titreşim karakteristikleri Galerkin yöntemiyle analiz edilmiştir. Disklerin üzerine konumu sabit ve dik bir kuvvet etkimektedir. Bu kuvvet titreşimi tahrik etmektedir. Hareket denklemleri, güç spektral yoğunluğu ve Campbell diyagramları çalışmanın içinde yer almaktadır.

GİRİŞ

Hareketli ve duran disklerin mühendislik tarafından incelenmeye başlaması oldukça eskiye dayanır. Diskler üzerinde yapılan çalışmaların, çoğu konu ve durumda olduğu gibi, endüstrideki ihtiyaçlara paralel olduğu görülmektedir. Bilindiği gibi disklerin; türbinler, dairesel testereler, dişliler, taşlama makinaları gibi kullanım alanları vardır ve kullanım alanları oldukça fazladır. Son yıllarda bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler doğrultusunda, disklerle ilgili çalışmaların bilgi depolama endüstrisi yönüne doğru kaydığı gözlenmektedir.

Disklerle ilgili ilk çalışmalar diskin ince plak olarak lineer elastik teoriyle modellenmesiyle başlamıştır [1,2]. Disklerin titreşimlerinin incelenmesi, mod şekillerinin ve doğal frekanslarının belirlenmesi şeklinde olmuştur [3-13]. Diskin dönmesinin söz konusu olmadığı stasyoner durumda, çözümü Bessel deklemleriyle ifade etmek mümkün olmaktadır [14]. Buna karşın dönen diskler söz konusu olduğunda analitik bir çözüm elde etmek oldukça zordur. Kirkhope ve Wilson diskin eksenel simetrisinden de faydalanılarak titreşim ve gerilme analizleriyle ilgili sonlu elemanlar yaklaşımıyla çözüm yapmıştır [5]. Yapılan çalışmalarda, dönen disklerin titreşim problemlerinde Rayleigh-Ritz yöntemi, Galerkin yöntemi, Lagrange denklemlerinin kullanılması gibi yöntemlerin kullanıldığı görülmüştür [9-11].

Dönen disklerin zorlanmış titreşimleriyle ilgili mevcut çalışmalarda iki farklı yöntemin kullanıldığı görülmüştür. Birinci yöntemde diskin değil, üzerine etkiyen kuvvetin hareketli olduğu varsayılarak diskin dönmesi nedeniyle meydana gelen gerilmeler ihmal edilerek çözüm yapılmıştır [15, 16]. İkinci yöntemde ise, diskin döndüğü varsayılarak diskin dönmesi nedeniyle meydana gelen gerilmeler hareketin diferansiyel denkleminde yer almış ve çözüm bu şekilde elde edilmiştir [17, 18]. Disk titreşimleriyle ilgili yapılan bazı çalışmalar da tanımlanmış zorlanmış yer değiştirmelerle tahrik verilmesi durumlarını incelemiştir [19, 20].

Disklerin titreşimleri kadar kararlılıkları/stabiliteleri de dönme durumundan etkilenmektedirler. Bunun da hesaba katılması için kritik hızların tespiti ve kararlılık analizlerinin analitik ve sayısal olarak yapılmasıdır [21-24].

Üzerine kuvvet etkiyen dönen disklerin hard disklere en yakın modellerden biri olduğu düşünülmektedir. Disklerin titreşimlerinde aksel yöndeki modların baskın olduğu düşünüldüğü için aksel tepkilerin incelendiği bir çalışma Jiang vd. tarafından yapılmıştır [25]. Bunların dışında analitik ve sayısal olarak disk ve yazıcı/okuyucu kafa modellemeleri de yapılmıştır [26,27]. Hard disk sürücülerinin çalışır durumdaki dinamik analizlerinin sayısal ve deneysel olarak yapılması ile bu sistemin dinamik karakteristikleri hakkında büyük ölçüde fikir edinilmektedir [28].

Bu çalışmada diskin döndüğü kabul edilerek çözüm yapılmıştır ve disk esnekliği göz önünde bulundurulmuş ancak mil esnekliği göz önüne alınmamıştır. Disk dönerken üzerine uzaydaki konumu sabit düşey bir kuvvet uygulanması hali incelenmiş, özellikle böyle bir incelemenin okuma/yazma kafası ve sabit disk etkileşimleri için bir model olabileceği düşünülmüştür. Bu amaçla, dönen disklerin zorlanmış titreşim karakteristiklerinin belirlenmesinde Galerkin yöntemi benimsenmiştir. Bu yöntemde, çözüm için sınır şartlarını sağlayan yaklaşık bir fonksiyon seçilerek hareketin diferansiyel denkleminde yerine konmuştur. Bu çözümden yararlanılarak güç spektral yoğunluğu diyagramları çizilmiştir. Diskin herhangi bir noktasına etkiyen, belirli bir frekansa ayarlı olan kuvvetin, bazı modlardaki enerji genliklerine etkisi incelenmiş ve bazı hallerde enerji genliğini azalttığı görülmüştür. Böylece, iyi tasarlanmış bir kuvvet sistemiyle, istenmeyen titreşim etkilerinin elenebileceği vurgulanmıştır.

DENKLEMLER ve FORMÜLASYON

Dönen bir diskin, yüzeyine dik doğrultuda etkiyen yayılı kuvvet etkisindeki zorlanmış titreşim hareketinin diferansiyel denklemi, uzaydaki sabit koordinat sistemine göre;

$$D \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \right)^2 w + \rho h \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\Omega \frac{\partial^2 w}{\partial \psi \partial t} + \Omega^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \psi^2} \right) - \frac{h}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\sigma_r r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\sigma_\psi}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \psi^2} \right] = p(r, \psi, t) \quad (1)$$

şeklindedir. Burada, w diskin düşey yer değiştirmesi, D diskin eğilme rijidliği, E disk malzemesinin Young modülü, ν disk malzemesinin Poisson oranı, σ_r ve σ_ψ diskin dönmesinden kaynaklanan radyal ve teğetsel doğrultulardaki gerilmeler, $p(r, \psi, t)$ diskin yüzeyine dik olarak etkiyen değişken yayılı dış kuvvetidir.

Disklin düşey yer değiştirme fonksiyonu aşağıdaki gibi seçilebilir:

$$w(r, \psi, t) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \eta_{mn}(t) R_{mn}(r) \sin(n\psi - \omega_{mn}t) \quad (2)$$

Bu denklemde, sinüslü ifade açık bir biçimde şöyle ifade edilebilir:

$$w(r, \psi, t) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M [\eta_{mn}(t) \cos \omega_{mn} t \sin n\psi - \eta_{mn}(t) \sin \omega_{mn} t \cos n\psi] R_{mn}(r) \quad (3)$$

Burada;

$$\begin{aligned} q_{mn}^s(t) &= \eta_{mn}(t) \cos \omega_{mn} t ; \\ q_{mn}^c(t) &= -\eta_{mn}(t) \sin \omega_{mn} t \end{aligned} \quad (4)$$

kısaltmaları yapılarak,denklem;

$$w(r, \psi, t) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M [q_{mn}^s(t) \sin n\psi + q_{mn}^c(t) \cos n\psi] R_{mn}(r) \quad (5)$$

şekline dönüşür. Yukarıdaki yer değiştirme fonksiyonu hareketin diferansiyel denkleminde yerine konacaktır. Bunun için gerekli türevler alınır,ve bu türevler hareketin diferansiyel denkleminde yerine konursa;

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \left\{ D \left(\frac{\partial^4 R_{mn}(r)}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 R_{mn}(r)}{\partial r^3} - \frac{1+2n^2}{r^2} \frac{\partial^2 R_{mn}(r)}{\partial r^2} + \frac{1+2n^2}{r^3} \frac{\partial R_{mn}(r)}{\partial r} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{n^4 - 4n^2}{r^4} R_{mn}(r) \right) - \frac{h}{r} \left[\sigma_r r \frac{\partial^2 R_{mn}(r)}{\partial r^2} + \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} r + \sigma_r \right) \frac{\partial R_{mn}(r)}{\partial r} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{n^2}{r} \sigma_\psi R_{mn}(r) \right] \cdot [q_{mn}^s(t) \sin n\psi + q_{mn}^c(t) \cos n\psi] \right. \\ \left. + \rho h ([\ddot{q}_{mn}^s(t) \sin n\psi + \ddot{q}_{mn}^c(t) \cos n\psi] \right. \\ \left. + 2\Omega n [\dot{q}_{mn}^s(t) \cos n\psi - \dot{q}_{mn}^c(t) \sin n\psi] \right. \\ \left. - \Omega^2 n^2 [q_{mn}^s(t) \sin n\psi + q_{mn}^c(t) \cos n\psi]) R_{mn}(r) \right\} = p(r, \psi, t) \end{aligned} \quad (6)$$

denklemini bulunur. Bu ifade, gerekli kısaltmalar yapılarak düzenlenir ve eşitliğin her iki tarafı ρh çarpımına bölünerek, elde edilen diferansiyel denklemin çözümünü elde etmek için Galerkin yöntemi kullanılacaktır.

$$\begin{aligned} \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \left\{ \left[\ddot{q}_{mn}^s(t) R_{mn}(r) - 2\Omega n \dot{q}_{mn}^c(t) R_{mn}(r) - \Omega^2 n^2 q_{mn}^s(t) R_{mn}(r) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{F_{mn}}{\rho h} q_{mn}^s(t) \right] \sin n\psi + \left[\ddot{q}_{mn}^c(t) R_{mn}(r) + 2\Omega n \dot{q}_{mn}^s(t) R_{mn}(r) \right. \right. \\ \left. \left. - \Omega^2 n^2 q_{mn}^c(t) R_{mn}(r) + \frac{F_{mn}}{\rho h} q_{mn}^c(t) \right] \cos n\psi \right\} \cdot R_{sn}(r) [q_{sn}^s(t) \sin n\psi + q_{sn}^c(t) \cos n\psi] r d\psi dr \\ = \frac{1}{\rho h} \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} p(r, \psi, t) R_{sn}(r) [q_{sn}^s(t) \sin n\psi + q_{sn}^c(t) \cos n\psi] r d\psi dr \end{aligned} \quad (7)$$

Bu denklem düzenlenir ve gerekli değişiklikler ve kısaltmalar yapırsa;

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \left\{ \left([\ddot{q}_{mn}^c(t) + 2\Omega n \dot{q}_{mn}^s(t) - \Omega^2 n^2 q_{mn}^c(t)] \Gamma_{smn} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + q_{mn}^c(t) \phi_{smn} \right] \int_0^{2\pi} \cos^2 n\psi d\psi \right) q_{sn}^c(t) \\
& \quad + \left([\ddot{q}_{mn}^s(t) - 2\Omega n \dot{q}_{mn}^c(t) - \Omega^2 n^2 q_{mn}^s(t)] \Gamma_{smn} \right. \\
& \quad \left. + q_{mn}^s(t) \phi_{smn} \right] \int_0^{2\pi} \sin^2 n\psi d\psi \right) q_{sn}^s(t) \Big\} \\
& = \frac{1}{\rho h} \left[\int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} p(r, \psi, t) R_{sn}(r) r \cos n\psi d\psi dr q_{sn}^c(t) \right. \\
& \quad \left. + \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} p(r, \psi, t) R_{sn}(r) r \sin n\psi d\psi dr q_{sn}^s(t) \right] \\
& = \frac{1}{\rho h} \left[\int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} p(r, \psi, t) R_{sn}(r) r \cos n\psi d\psi dr q_{sn}^c(t) \right. \\
& \quad \left. + \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} p(r, \psi, t) R_{sn}(r) r \sin n\psi d\psi dr q_{sn}^s(t) \right]
\end{aligned} \tag{8}$$

şeklini alır. Burada $n=0$ için ve $n \neq 0$ için denklemin farklı karakterde olacağı açıkça görülmektedir. Bu çalışmada $n \neq 0$ için denklemin katsayıları düzenlenmiştir. Yukarıdaki denklemde $q_{sn}^c(t)$ ve $q_{mn}^s(t)$ fonksiyonlarının katsayıları için düzenlenerek elde edilen denklemler ikinci mertebeden lineer diferansiyel denklemlerdir ve matris formda, herbir n değeri için, şu şekilde yazılmaktadır:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \Gamma_{smn} & 0 \\ 0 & \Gamma_{smn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\vec{q}}_{mn}^s(t) \\ \ddot{\vec{q}}_{mn}^c(t) \end{Bmatrix} + 2\Omega n \begin{bmatrix} 0 & -\Gamma_{smn} \\ \Gamma_{smn} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\vec{q}}_{mn}^s(t) \\ \dot{\vec{q}}_{mn}^c(t) \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} \phi_{smn} - \Omega^2 n^2 \Gamma_{smn} & 0 \\ 0 & \phi_{smn} - \Omega^2 n^2 \Gamma_{smn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{q}_{mn}^s(t) \\ \vec{q}_{mn}^c(t) \end{Bmatrix} = \frac{1}{\rho h} \begin{Bmatrix} \vec{Q}_{sn}^s \\ \vec{Q}_{sn}^c \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{9}$$

$n=1, \dots, N$ için

Burada Γ_{smn} $(M+1) \times (M+1)$ boyutunda simetrik bir matris, ϕ_{smn} $(M+1) \times (M+1)$ boyutunda matristir. Bu denklem kısa gösterimle;

$$\mathbf{M}_n \ddot{\vec{q}}_n(t) + \mathbf{G}_n \dot{\vec{q}}_n(t) + \mathbf{K}_n \vec{q}_n(t) = \vec{Q}_n(t) \tag{10}$$

şeklinde yazılabilir. Burada, \mathbf{M}_n , \mathbf{G}_n , \mathbf{K}_n $2(M+1) \times (M+1)$ boyutunda matrislerdir. $q_{mn}^s(t)$ ve $q_{mn}^c(t)$ $(M+1)$ boyutlu genelleştirilmiş koordinatların vektörleridir.

\vec{Q}_{sn}^s ve \vec{Q}_{sn}^c $(M+1)$ boyutlu, dış tahrik kuvvetinin vektörleridir. Dış tahrik kuvveti diskin üzerinde bir noktaya etkiyen, zamanla değişen bir tekil kuvvettir. Fonksiyonun ifadesi;

$$p(r, \psi, t) = \frac{F}{r} \delta(r - R_1) \delta(\psi - \psi_1) \sin(\omega t - \phi_1) \tag{11}$$

şeklinde dir. Burada δ , Kronecker deltası fonksiyonudur. Böylece (8) denkleminin katsayıları düzenlendikten sonra sağ tarafında bulunan ifadeler düzenlenir:

$$\frac{1}{\pi \rho h} \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} p(r, \psi, t) R_{sn}(r) r \cos n\psi d\psi dr$$

$$= \frac{1}{\pi \rho h} F R_{sn}(R_1) \cos n\psi_1 \sin(\omega t - \phi_1) \quad (12)$$

$$\frac{1}{\pi \rho h} \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} p(r, \psi, t) R_{sn}(r) r \sin n\psi d\psi dr$$

$$= \frac{1}{\pi \rho h} F R_{sn}(R_1) \sin n\psi_1 \sin(\omega t - \phi_1) \quad (13)$$

ifadelerine ulaşılır. Burada, R_1 ve ψ_1 kuvvetin uygulandığı noktanın koordinatları, ω dış tahrik kuvvetinin frekansı, ϕ_1 tahrik kuvvetinin faz açısıdır.

(10) denklemi, ikinci mertebeden bir diferansiyel denklem, aşağıdaki kısaltmalar kullanılarak birinci mertebe iki diferansiyel denkleme dönüştürülebilir. \vec{q}_n ve bunun türevlerinden oluşan şu vektörler tanımlanırsa;

$$\vec{x} = \begin{Bmatrix} \vec{q}_n(t) \\ \dot{\vec{q}}_n(t) \end{Bmatrix} \quad \vec{\ddot{x}} = \begin{Bmatrix} \dot{\vec{q}}_n(t) \\ \ddot{\vec{q}}_n(t) \end{Bmatrix} \quad (14)$$

elde edilir. Böylece diferansiyel denklem;

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_n & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\vec{q}}_n(t) \\ \ddot{\vec{q}}_n(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{K}_n \\ \mathbf{K}_n & \mathbf{G}_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{q}_n(t) \\ \dot{\vec{q}}_n(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{Q}_n \end{Bmatrix} \quad (15)$$

şekline dönüşür. Bu denklem kısa formda yazılmak istenirse,

$$\mathbf{M}^* \vec{\ddot{x}} + \mathbf{G}^* \vec{\dot{x}} = \vec{Q}_n^* \quad (16)$$

denklemini elde edilir.

$$\vec{\dot{x}} = \mathbf{A} \vec{x} + \mathbf{B} \vec{Q}_n \quad (17)$$

Burada \mathbf{A} ve \mathbf{B} matrisleri şöyledir:

$$\mathbf{A} = -(\mathbf{M}^*)^{-1} \mathbf{G}^* \quad \mathbf{B} = (\mathbf{M}^*)^{-1} \vec{Q}_n^* \quad (18)$$

\mathbf{A} ve \mathbf{B} matrisleri ise $4 \times (M+1) \times 4 \times (M+1)$ boyutludur.

(17) denkleminde $\vec{y} = \vec{\dot{x}}$ dönüşümü yapılırsa;

$\vec{y} = \mathbf{C} \vec{x} + \mathbf{D} \vec{Q}_n$ eşitliği elde edilir. Burada, (14) denklemi kullanılarak, $\vec{y} = \dot{\vec{q}}_n$ dönüşümü yapılırsa;

$$\dot{\vec{q}}_n(t) = [0 \ I] \vec{x} + 0 \quad (19)$$

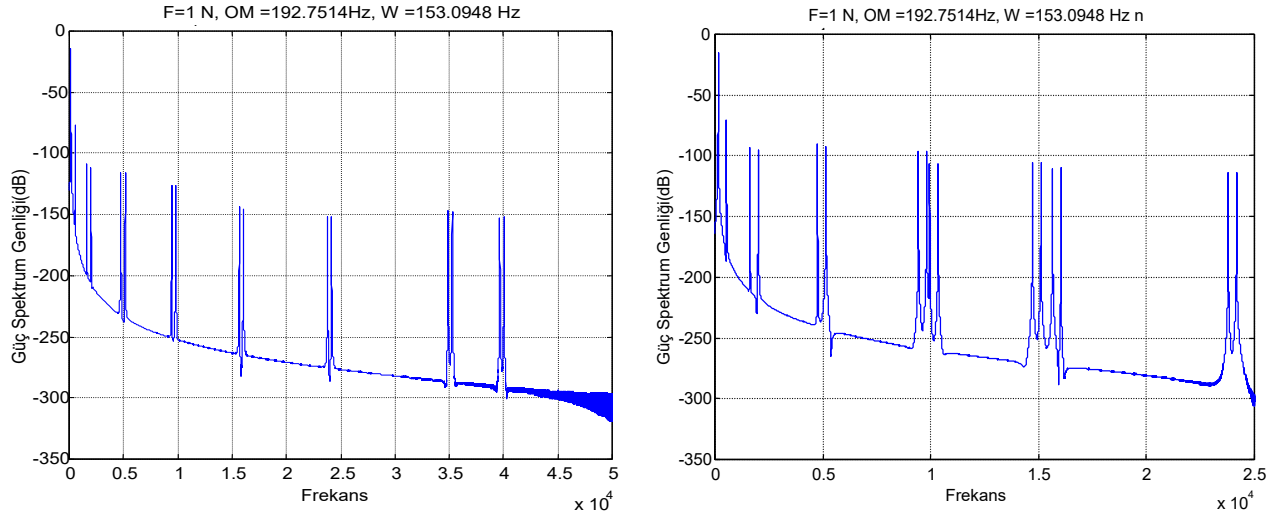
denklemini elde edilir. Böylece, \mathbf{C} ve \mathbf{D} matrislerinin;

$\mathbf{C} = [\mathbf{I} \ 0]$, $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ olduğu görülebilir. Böylece durum uzayına geçilmiş olur.

SONUÇLAR (GÜÇ SPEKTRAL YOĞUNLUĞU DİYAGRAMLARI)

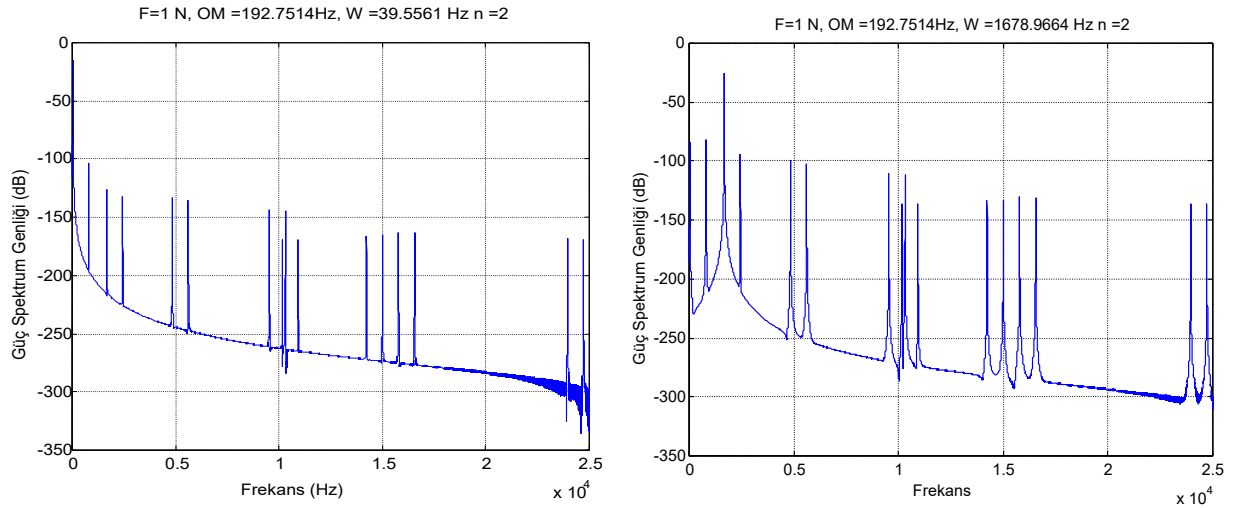
Güç spektral yoğunluğu diyagramlarında, titreşimlerin çeşitli modlardaki frekanslarına karşılık gelen genliklerin enerji değerleri gösterilmektedir. Şekil 1'deki diyagramda şiddetleri 1 N olan iki farklı kuvvet diske etki etmektedir. Kuvvetlerin faz farkları $\frac{\pi}{6}$ dir. Uygulama noktaları merkezden itibaren 6,6 cm dir. Burada faz farkıyla anlatılmak istenen, kuvvetin sıfır

anından itibaren belli bir gecikmeyle başladığıdır. Kuvvet ikaz frekansı 1.mod frekansının frekansına ayarlıdır. Görüldüğü gibi bu frekansta genlik değeri artış göstermiştir.



Şekil 1. İki farklı kuvvet uygulanması halinde güç spektral yoğunluğu diyagramı ve Uygulama noktası ve faz açıları farklı iki kuvvet durumunda güç spektral yoğunluğu diyagramı

1. ve 3. mod frekansına ayarlı tek bir kuvvetin etkidiği durum Şekil 2’de görülmektedir. Burada faz farkı sıfırdır. Görüldüğü gibi burada da kuvvetin ikaz frekansı ile çakışan 1. ve 3. moddaki frekans değerinde genlik büyümektedir. Kuvvetlerin şiddetleri 1 N olan iki ayrı kuvvet mevcuttur. Burada kuvvetlerin uygulama noktaları $\frac{\pi}{2}$ ve $\frac{\pi}{4}$ alınmıştır. Kuvvetlerin faz farkları $\frac{\pi}{2}$ ve sıfırdır.

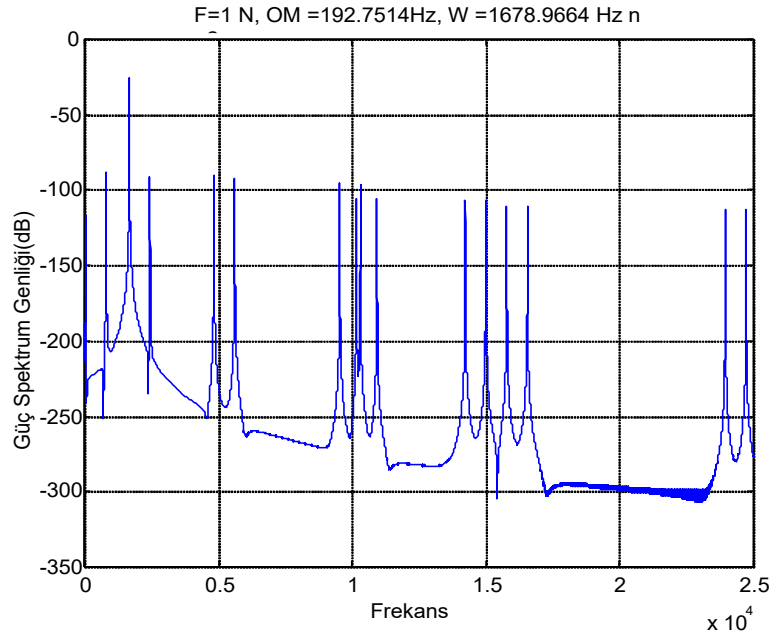


Şekil 2. 1. ve 3. mod frekansına ayarlı tek kuvvet halinde güç spektral yoğunluğu diyagramı

Faz farkı Şekil 4’de $\frac{\pi}{2}$ alınmıştır. Faz farkı değişince genliklerin birbirlerine göre oranları değişmektedir. İkaz frekansı ve faz farkı değerlerinin uygun şekilde seçilmesiyle istenilen genliklerden kurtulmanın mümkün olduğu görülmektedir.

Kuvvet sayısı artırılarak titreşimin daha efektif olarak kontrol edilmesinin mümkün olabileceği düşünülmektedir. Bu kontrol işleminde kuvvet frekanslarının, uygulama noktalarının ve faz farklarının önemi ayrı bir inceleme konusu olacak kadar geniştir.

Literatürde, kuvvetin olması durumunu ele alan çalışmalar, sonlu eleman yöntemiyle çözüm elde etmişlerdir. Bu çalışmada diferansiyel denklem, Galerkin yöntemiyle çözülmüş ve sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca, literatürde, birden fazla kuvvetin olması durumuna da rastlanmamıştır.



Şekil 4. 3.mod frekansına ayarlı tek kuvvet ve faz farkının sıfırdan farklı olması durumunda güç spektral yoğunluğu diyagramı

Bu çalışmada, birden fazla kuvvetin etkimesi durumu incelenmiştir. Uygulanan kuvvetin sayısı, frekansı, faz açısı ve konumu gibi değerler değiştirilerek, bunların titreşim genlikleri üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Disk in herhangi bir noktasına etkiyen, belirli bir frekansa ayarlı olan kuvvetin, bazı modlardaki enerji genliklerini azalttığı görülmüştür. Böylece, iyi tasarlanmış bir kuvvet sistemiyle, istenmeyen titreşim etkilerinin elenebileceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] S. P. Timoshenko, J. N. Goodier, 1951. Theory of Elasticity, McGraw-Hill, New York.
- [2] R. Szilard, 1974. Theory and Analysis of Plates, Prentice-Hall, Inc.
- [3] H. Lamb and R. V. Southwell, "The vibrations of a spinning disk," Proceedings of the Royal Society, Series A, vol. 99, pp. 272-280, 1921.
- [4] R. V. Southwell, "On the free transverse vibrations of a uniform circular disc clamped at its center, and on the effects of rotation," Proceeding of the Royal Society, Series A, vol. 101, p. 133, 1922.
- [5] J. Kirkhope and G. J. Wilson, "Vibration and stress analysis of thin rotating discs using annular finite elements," Journal of Sound and Vibration, vol. 44, no. 4, pp. 461-474, 1976.
- [6] K. A. Cole, R. C. Benson "A Fast Eigenfunction Approach For Computing Spinning Disk Deflections", Journal of Applied Mechanics, Vol.55, June, pp.453-457, 1986.
- [7] U. Güven, "On Transverse Vibrations of a Rotating Disk Uniform Strength", Journal of Applied Mechanics, Vol.59, March, pp.234,235, 1992.

- [8] C. W. Lee, M. E. Kım, “Separation and Identification of Travelling Wave Modes in Rotating Disk via Directional Spectral Analysis”, Journal of Sound and Vibration, Vol.187, pp.851-864, 1995.
- [9] Y. C. Pei, Q. C. Tan, (2009). Modal interactions in a rotating flexible disc. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 223(4), 851–857. <https://doi.org/10.1243/09544062jmes1035>
- [10] G. K. Ramaiah, (1981). Natural frequencies of spinning annular plates. Journal of Sound and Vibration, 74(2), 303–310. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(81\)90511-3](https://doi.org/10.1016/0022-460X(81)90511-3)
- [11] C. W. Tseng, J. Y. Shen, I. Y. Shen, (2003). Vibration of rotating-shaft HDD spindle motors with flexible stationary parts. IEEE Transactions on Magnetics, 39(2 I), 794–799. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2003.808926>
- [12] C. Dangelo, C. D. Mote, “Natural Frequencies of a Thin Disk Clamped by Thick Collars with Friction at the Contacting Surfaces Spinning at High Rotation Speed”, Journal of Sound and Vibration, Vol.168, pp.1-14, 1983.
- [13] E. Tüfekçi, O. Oldaç, Free and Forced Vibrations of a Rotating Elastic Disk, The First International Structural Conference on Stability and Dynamics, Taipei Taiwan, December 7-9, 2000.
- [14] C. Koçak, 1996. Yüksek matematik, İ.T.Ü. Vakfı yayınları.
- [15] Y. Honda, H. Matsuhisa, S. Sato, “Modal Response of a Disk to a Moving Concentrated Harmonic Force”, Journal of Sound and Vibration, Vol.102, pp.457-472, 1985.
- [16] G. N. Weisensel, A. L. Schlack, “Response of Annular Plates to Circumferentially and Radially Moving Loads”, Journal of Applied Mechanics, Vol.60, September, pp.649-661, 1993.
- [17] R. C. Benson, D. B. Bogy, “Deflection of a very Flexible Spinning Disk due to a Stationary Transverse Load”, Journal of Applied Mechanics, Vol.45, September, pp.636-642, 1975.
- [18] J. S. Chen, C. Mhsu, “On the Transient Response of a Spinning Disk Under a Space Fixed Load”, Journal of Applied Mechanics, Vol.64, December, pp.1017-1019.
- [19] S. C. Huang, B. S. Hsu, “Vibrations of a Spinning Annular Plate with Multi-Circular Line Guides”, Journal of Sound and Vibration, Vol.164, pp.535-547, 1983.
- [20] S. G. Hutton, S. Chonan, B. F. Lehmann, “Dynamic Response of a Guided Circular Saw”, Journal of Sound and Vibration, Vol.112, pp.527-539, 1987.
- [21] J. S. Chen, “Vibration and Sensitivity Analysis Of A Spinning Disk Under Tangential Edge Loads”, Journal of Sound and Vibration, Vol.215, pp.1-15, 1998.
- [22] W. D. Iwan, T. L. Moeller, “The Stability of a Spinning Elastic Disk With a Transverse Load System”, Journal of Applied Mechanics, September, pp.485-490, 1976.
- [23] G. G. Adams, “Critical Speeds for a Flexible Spinning Disk, International Journal of Mechanical Science, Vol.29, No.8, pp.525-531, 1987.
- [24] K. Ona, J. S. Chen, D. B. Boggy, “Stability Analysis for The Head-Disk Interface in a Flexible Disk Drive”, Journal of Applied Mechanics, Vol.58, December, pp.1005-1014, 1991.
- [25] Z. W. Jiang, S. Chonan, H. Abe, “Dynamic Response of a Read-Write Head Floppy Disk System Subjected to Axial Excitation”, Journal of Vibration and Acoustics, Vol.112, January, pp.53-58, 1990.
- [26] K. Ono, T. Maeno, T. Ebihara "Study on Mechanical Interface between Head and Media in Flexible Disk Drive”, Bulletin of JSME, Vol.29, No.255, September, 1986.

- [27] S. C. Huang, W. J. Chiou, “Modeling and Vibration Analysis of Spinning-Disk and Moving-Head Assembly in Computer Storage Systems”
- [28] L. M. Xu and N. Guo, “Modal testing and finite element modelling of subsystem in hard disk drive,” Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 17, no. 4, pp. 747-764, 2003.